

Juhász Tibor

9th International Conference  
on Applied Informatics  
January 29-February 1, 2014  
Eger, Hungary  
Összefoglaló



Eszterházy Károly Főiskola  
Matematikai és Informatikai Intézet

Juhász Tibor

9th International Conference  
on Applied Informatics  
January 29-February 1, 2014  
Eger, Hungary  
Összefoglaló



Eger, 2014

Készült a TÁMOP 4.2.4.A/2-11-1-2012-0001 Nemzeti Kiválóság Program című kiemelt projekt keretében. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

Nemzeti Fejlesztési Ügynökség  
[www.ujszecsenyiterv.gov.hu](http://www.ujszecsenyiterv.gov.hu)  
**06 40 638 638**



**MAGYARORSZÁG MEGÚJUL**



**A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.**

# Tartalomjegyzék

1. What does Mathematical Notation actually mean, and how can computers process it?	5
1.1. Néhány szó a szerzőről . . . . .	5
1.2. Összefoglaló . . . . .	5
2. Solving Algebraic Equations with Fibonacci Sequences	6
3. Optimization of Skinning of Circles	6
4. Lie derived length of group algebras of characteristic 2	7
5. SAT Representation of Randomly Deployed Wireless Sensor Networks	8
6. Exploring Hermite Interpolation Polynomials using Recursion	9
7. Framework for mathematics-based localization	9

## A konferenciáról

Az ICAI konferencia nagy hagyományokra tekint vissza 1993-mas indulása óta. Az idei rendezvényen 182 résztvevő összesen 160 előadást tartott 5 szekcióban. A konferencián olyan neves külföldi professzorok tartottak plenáris előadást, mint a matematikai és az informatika területén is meghatározó Prof. James Davenport. Az ICAI konferencia remek lehetőséget nyújt fiatal kutatóknak eredményeik bemutatására, amit az is bizonyít, hogy számos doktori iskola nagy számban képviseltette magát és pl. 14 posztert tekinthettünk meg a poszter szekció során.

# 1. What does Mathematical Notation actually mean, and how can computers process it?

Szerző: James Davenport

## 1.1. Néhány szó a szerzőről

James Davenport PhD fokozatát 1979-ben szerezte Cambridge-ben, komputeralgebra területen. Ezután a következő helyeken dolgozott: Yorktown Heights, Cambridge, Grenoble és Zurich, majd 1983-ban Bath-ban telepedett le, ahol jelenleg is professzorként dolgozik, mindemellett számos vezetői szerepet is betöltött. A különböző komputeralgebrai rendszerek együttműködési lehetőségeit vizsgálja, az OpenMath projekt kezdete óta Content Dictionary Editor-ként dolgozik abban. Az „Electronic Information and Communication of the International Mathematical Union” bizottság tagja, a „British Computer Society” alelnöke.

## 1.2. Összefoglaló

Egy kívülálló a matematika jelöléseit meglehetősen precíznek, és szigorúnak gondolja. A jelöléseknek általában hagyományuk van, a + jel például több, mint 500 éves, a matematikusok tulajdonképpen jelöléseken keresztül kommunikálnak egymással. Az igazság azonban az, hogy a matematikai jelölések nem tökéletesek. Nemzetközileg sem egységes, például az angolszász jelölésben a 0 és 1 végpontú, balról zárt, jobbról nyílt intervallum  $[0,1)$ , a franciában ugyanez  $[0,1[$ . Másrészt a  $(2,4)$  jelölhet egy nyílt intervallumot, vagy egy rendezett párt, vagy akár egy transzpozíciót, de még lehet akár legnagyobb közös osztó is. Továbbá, míg  $\sin^{-1}(x)$  alatt a szinusz függvény inverzét értjük,  $\sin^2(x)$  jelentése általában  $(\sin(x))^2$ . Ezzel persze nincs gond, mert hogy egy adott szimbólum alatt pontosan melyiket értünk (hogyan kell kiolvasni), az a szövegkörnyezetből általában kiderül. Az ember számára. De mi történik, ha egy számítógéppel megpróbálunk felolvasatni vagy feldolgoztatni egy matematikai szöveget? Valahonnan a gépnek (ami nem tudja értelmezni a körülírásokat) is tudnia kellene, hogy a fenti szimbólum éppen mit jelöl. A megoldás olyan leírónyelv kifejlesztése lehet, ahol az egyes szimbólumokat megjelenítő parancsok definiálják a jelentést is, így a feldolgozás – amennyiben a forrás rendelkezésre áll – lehetséges lesz. Az ide vezető első lépés olyan editorok fejlesztése volt (pl.  $\text{\TeX}$ ), melyek lehetővé teszik azt, hogy a képletek ne pusztán képként jelenjenek meg a szövegben. Itt azonban még a jelölések tartalma nem jelenik meg. A következő

szint a MathML, ahol már a jelentések tartalmáról is ad információt a kód. Ennél fejlettebb az OpenMath, mely az úgynevezett Content Directory-ban tárolja az egyes szimbólumokat a jelentésükkel együtt. 2010-től kezdődően a MathML és az OpenMath képesek az együttműködésre.

## 2. Solving Algebraic Equations with Fibonacci Sequences

Szerző: Gunter Weiss

Az előadáson algebra egyenletek egy új, közelítő megoldása került bemutatásra. Az alapötlet az az észrevétel, hogy az  $x^2 - x - 1 = 0$  és az  $x^2 - x + 1 = 0$  másodfokú egyenletek pozitív megoldásai  $\varphi$ , illetve  $1/\varphi$ , ahol  $\varphi$  az aranyarány ( $\approx 1,618$ ), ami nem más, mint az  $\langle F_{n+1}/F_n \rangle$  sorozat határértéke, ahol a  $F_n$  a Fibonacci-sorozat  $n$ -edik tagja. Ha veszünk egy általános  $x^2 - ax - b = 0$  másodfokú egyenletet, van-e olyan Fibonacci-típusú sorozat, melyről ugyanez mondható el? Ez az  $F_{n+1} = aF_n + bF_{n-1}$  lesz, és a hányadosok sorozata pontosan akkor lesz konvergens, ha az egyenletnek van valós gyöke. Az  $x^2 + ax^2 + bx + c = 0$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ ) harmadfokú egyenlethez is konstruálható ilyen sorozat:  $F_{n+1} = -aF_n - bF_{n-1} - cF_{n-2}$ . Bár minden harmadfokú egyenletnek van valós gyöke, nem minden harmadfokú egyenlet oldható meg így, például az  $x^3 + c = 0$  nem, mert ekkor  $F_{n+1} = -cF_{n-2}$  nem Fibonacci-típusú sorozat. Ekkor a Tschirnhaus-Bring-Ferrard transzformáció (ez egy harmadfokú polinomra alkalmazva az első és másodfokú tagokat eliminálja) inverzének alkalmazása után kapunk megoldást. A módszer általánosítható tetszőleges fokú algebrai egyenletre, de csak valós megoldást produkál.

## 3. Optimization of Skinning of Circles

Szerzők: Papp Ildikó, Kunkli Roland, Hoffmann Miklós

Számos alkalmazási területen - többek között lefedési problémáknál, vagy 3 dimenzióban animációs feladatoknál - felmerül az az elméleti matematikai probléma, hogy hogyan lehetne különálló körök/gömbök sorozatát „beburkolni”, azaz olyan



görbepárt, illetve felületet találni, amely minden tagot pontosan egyszer érint, miközben nem metsz bele a megadott alakzatokba. A feladatnak természetéből adódóan végtelen sok megoldása lehet, ezek közül már egynek a megtalálása is nehézséget okozhat. A szerzők az erre szolgáló egyik frissen publikált algoritmus alapján próbálták meg ebben a munkában valamilyen szempontból optimális megoldást megkeresni. A szempont egy függvény minimalizálása, mely függvényt különböző energiafüggvények lineáris kombinációjával adjuk meg. Így a megoldás nem csak geometriai szempontból helyes, hanem a hajlítási, nyújtási energia, illetve ezek kombinációja szempontjából optimális görbepárt, illetve felületet szolgáltat.

## 4. Lie derived length of group algebras of characteristic 2

Szerző: Juhász Tibor

Legyen  $S$  nemüres részhalmaza az  $FG$  csoportalgebrának,  $\delta^{[0]}(S) = S$ , és ha  $n \geq 0$ , legyen  $\delta^{[n+1]}(S)$  az összes olyan  $[x, y]$  Lie-kommutátorok által generált additív részcsoport, ahol  $x, y \in \delta^{[n]}(S)$ . Azt mondjuk, hogy az  $S$  részhalmaz Lie-feloldható, ha létezik  $n \in \mathbb{N}$  melyre  $\delta^{[n]}(S) = 0$ ; a legkisebb ilyen  $n$ -et nevezzük  $S$  Lie-feloldható hosszának, és ezt  $dl_L(S)$  jelöli.

A Lie-feloldható csoportalgebrák leírása I.B.S. Passi, D.S. Passman és S.K. Sehgal nevéhez fűződik:  $FG$  pontosan akkor Lie-feloldható, ha erősen Lie-feloldható, vagy  $\text{char } F = 2$  és  $G$ -nek van olyan  $H$  kettő indexű részcsoportja, melyre  $H'$  véges 2-csoport.

A Lie-feloldható csoportalgebrák feloldható hosszának vizsgálatát A. Shalev kezdeményezte. Meghatározta többek között mindazon  $FG$  csoportalgebráknak a Lie-feloldható hosszát, ahol  $G$  másodosztályú nilpotens csoport, melynek kommutátor-részcsoportja ciklikus, nevezetesen, ha  $|G'| = p^n$ , akkor  $dl_L(FG) = \lceil \log_2(p^n + 1) \rceil$ . A  $p$  prímet páratlannak feltételezve a szerzőnek és Balogh Zsoltnak sikerült megszabadulnia a  $G$  nilpotenciájára vonatkozó feltételtől: Legyen  $G$  olyan csoport, melynek kommutátor-részcsoportja  $p^n$  rendű ciklikus csoport, ahol  $p$  páratlan prím, és legyen  $\text{char } F = p$ . Ha  $G/C_G(G')$  rendje  $2^m p^r s$ , ahol  $(2p, s) = 1$ , akkor  $dl^L(FG) = dl_L(FG) = \lceil \log_2 2p^n \nu_m \rceil$ , ahol  $\nu_m = 1$  ha  $s > 1$ , egyébként  $\nu_m = 1 - \frac{1}{2^{m+1}}$ .

A  $p = 2$  eset még nyitott kérdés. Az előadásból az derült ki, hogy ha  $|G'| = 2^n$  esetén  $\text{dl}^L(FG) \leq n + 1$  és ahol az egyenlőség pontosan akkor áll fenn, ha az alábbi állítások valamelyike teljesül: (i)  $n \leq 2$ ; (ii)  $n \geq 3$  és  $G$  nilpotencia osztálya legfeljebb  $n$ . Ha  $n \geq 3$  és  $G$  nilpotencia osztálya a lehető legnagyobb, vagyis  $n + 1$ , akkor  $\text{dl}_L(FG)$  értéke még ismeretlen. Jelen állás szerint ezen csoportok esetén tudunk mondani olyan  $c$  konstans, hogy  $FG$  Lie-feloldható hossza  $c, c + 1$  vagy  $c + 2$ .

## 5. SAT Representation of Randomly Deployed Wireless Sensor Networks

Szerző: Biró Csaba, Kusper Gábor, Radványi Tibor, Király Sándor, Szigetváry Péter, Takács Péter

A vezeték nélküli szenzorhálózatok nagyszámú, elsősorban olcsó szenzorokból állnak. Ezen rendszerek elsődleges célja a környezetből érkező adatok gyűjtése és továbbítása. Az egyes szenzorok üzenetszórással képesek kommunikálni a szórási tartományukon belüli szenzorokkal. Egy vezeték nélküli szenzorhálózatoknak számos követelménynek kell eleget tennie. Az egyik legfontosabb kérdés, hogy a szenzorok közötti mind-mind kommunikáció lehetséges-e?

Bemutattak három, a vezeték nélküli szenzorhálózatok reprezentálására alkalmas logikai modellt. A hálózat kommunikációs modelljéből és az elvárt viselkedést definiáló megszorításokból SAT problémákat generálnak, majd azokat SAT megoldók segítségével elemezik. A SAT megoldókat modellellenőrzésre használják. Melynek értelmében ha a követelmény teljesül, a SAT megoldó nem talál helyettesítési értéket a függvényhez ha a követelmény nem teljesül, a SAT megoldó által adott helyettesítési érték egy ellenpéldát jelöl ki. A mai modern SAT megoldók képesek akár több ezer változóból álló SAT problémák kielégíthetőségének vizsgálatára, így nagy szenzorhálózatok esetében is képesek rövid idő alatt eldönteni, hogy a modell a definiált követelményrendszernek (pl. hibatűrés foka, energiafelhasználás) eleget tesz-e.

## 6. Exploring Hermite Interpolation Polynomials using Recursion

Szerző: Vajda Róbert

A numerikus módszerek oktatásában általában a Lagrange-, illetve Hermite-interpolációk, és az interpolációs polinomnak Lagrange- és Newton-alakja kerülnek bemutatásra. Adva van véges sok alappont, ahol ismerjük egy függvény értékeit és első deriváltjának értékeit, és keresünk egy olyan polinomot, melynek helyettesítési értéke az alappontokban, és a deriváltjának értékei ugyanazok, mint a függvénynek. Az előadó arra tesz javaslatot, hogy azt a polinomot (Hermite-interpolációs polinom) a Neville-féle rekurzív módszert alkalmazásával keressük meg. Először mutassuk be a Neville-módszert az (egyszerűbb) Lagrange-féle interpolációs problémán (amikor csak a függvényértékek egyezése van megkövetelve, a deriváltaké nem). Adottak az  $x_1, x_2, x_3$  pontok és az  $f(x_1), f(x_2), f(x_3)$  függvényértékek. Gyártsuk le a szomszédos  $(x_i, f(x_i))$  párokhoz illeszkedő  $L^{(1,2)}$  és  $L^{(2,3)}$  lineáris polinomokat, majd azoknak egy „ügyes” lineáris kombinációjával elérhetjük a kívánt  $L^{(1,2,3)}$  polinomot. A következő lépés ennek rekurzív kiterjesztése: adott  $L^{(1,\dots,n-1)}$  és  $L^{(2,\dots,n)}$  polinomokból legyártani  $L^{(1,\dots,n)}$ -t. Ha ugyanezen az elvet próbáljuk alkalmazni a Hermite-interpoláció esetén is: a Hermite-interpoláló polinomot két kisebb interpoláló polinomból építjük fel, akkor bajba kerülhetünk. A megoldás az, ha a rekurziót Lagrange illetve Taylor polinomokkal indítjuk.

A Hermite-interpolációs polinom felépíthető egy konstanspolinomból kiindulva is, úgy, hogy mindig egyel több megszorítást veszünk figyelembe, így polinomok egy véges sorozatát kapjuk. A Hermite interpolációs polinomhoz más polinomból, például a Lagrange interpolációs polinomból kiindulva is el lehet jutni. Ehhez az előadó egy interaktív grafikus eszközt fejlesztett a Mathematica komputeralgebrai rendszerben.

## 7. Framework for mathematics-based localization

Szerző: Szakács Tamás, Ruzsa Zoltán, Parisek Zsolt, Király Roland

Az alapprobléma az, hogy egy viszonylag nagy területet, mint például egy re-

pülőtér váróterme, hogyan lehet a lehető legkevesebb RFID olvasó használatával lefedni, továbbá milyen infrastruktúra és matematikai apparátus segítségével lehet egy jelenleg nem látható, de már korábban detektált transzponderről eldönteni, hogy az a legnagyobb valószínűséggel melyik pontján lehet a vizsgált területnek. A matematikai modell megalkotásához szükség van a teszt környezetben használt antennák karakterisztikájának mérésére, és a teszt terület lefedettségének vizsgálatára, mivel ez a két paraméter nagyban befolyásolja a későbbi mérések pontosságát. A megtervezett lokalizációs rendszer a jelenlétszenzorok által végzett mérések eredményét felhasználva becslést ad az érzékelendő objektum helyzetére vonatkozóan.