Rekurzív sorozatok

Definíció. Az $\{R_n\}_{n=0}^{\infty} = R(A, B, R_0, R_1)$ sorozatot *másodrendű lineáris rekurzív sorozatnak* nevezzük, ha

$$R_n = AR_{n-1} + BR_{n-2} \quad (n > 1)$$

ahol A, $B \neq 0$, R_0 és R_1 rögzített racionális egészek és $|R_0| + |R_1| > 0$.

Speciális esetben $F(1, 1, 0, 1)$ és $P(2, 1, 0, 1)$ sorozatokat *Fibonacci és Pell sorozatoknak* nevezzük.

Az $x^2 - Ax - B$ polinomot *karakterisztikus polinomnak* nevezzük. Jelölje a polinom zérushelyeit α és β.

$$R_n = \frac{a\alpha^n - b\beta^n}{\alpha - \beta},$$

ahol $a = R_1 - R_0\beta$ és $b = R_1 - R_0\alpha$.

Fibonacci számok előállítása:

$$F_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$F_0^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$F_0^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$F_0^n = \begin{pmatrix} F_{n-2} & F_{n-1} \\ F_{n-1} & F_n \end{pmatrix}$$